Semaine 18

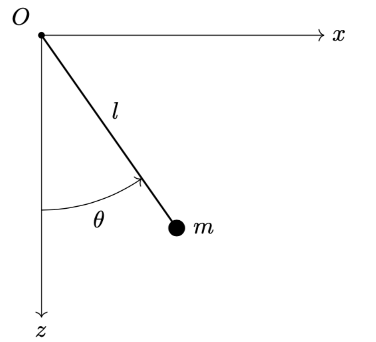
Mécanique.

Question de cours.

Donner, à l'aide d'un schéma, le lien entre les coordonnées sphériques et cartésiennes.

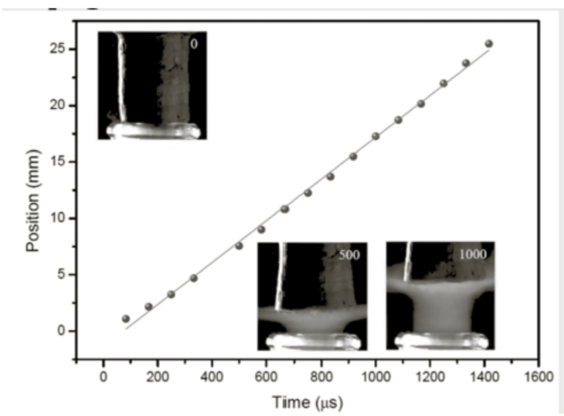
Exercices.

Exercice 1 — Le pendule simple.
Un objet ponctuel A de masse m est suspendu à l'extrémité d'un fil de masse négligeable et de longueur l dont l'autre extrémité O est fixe. On ne considère pas les mouvements en dehors d'un plan vertical (Oxy) perpendiculaire à un axe (Oz) horizontal. On repère A par l'angle θ entre le fil et la verticale. On suppose que le référentiel terrestre est galiléen. On néglige les frottements autour de l'axe de rotation.



1. Déterminer l'équation du mouvement.
2. Déterminer les positions d'équilibre ainsi que leur stabilité.
3. Exprimer l'énergie mécanique du système. Comment retrouver l'équation du mouvement à partir de cette expression ?

Exercice 2 — Bouchon de champagne.
On s'interesse à la trajectoire du bouchon d'une bouteille de champagne, lorsque la bouteille est ouverte. Ci-dessous, on trouve un pointage de cette trajectoire, le bouchon de masse m étant éjecté à une vitesse initiale v_0. Tout du long, on assimile le bouchon à un point matériel.



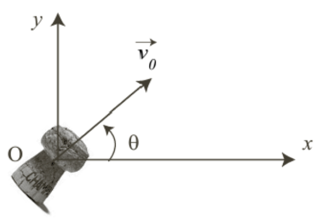


FIGURE 2

1. À partir du pointage, déterminer la vitesse initiale v_0.
2. Exprimer $\vec{v_0}$ dans la base (Oxy) en fonction de v_0 et θ.
3. Exprimer l'accélération du bouchon $\vec{a}$ dans la base (Oxy)
4. Déduire des deux questions précédentes le vecteur vitesse du bouchon, puis ses équations horaires.

5. Déterminer la trajectoire du bouchon.

Semaine 18

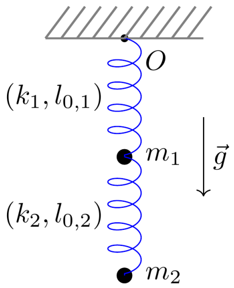
Mécanique.

Question de cours.

Énoncer les lois de Coulomb.

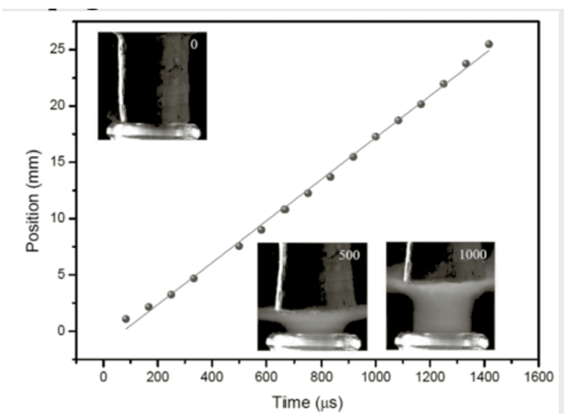
Exercices.

Exercice 1 — Double ressort vertical.
On considère le système suivant :



1. Si un ressort possède une raideur k, quelle est la raideur d'un demi-ressort ?
2. Déterminer les allongements à l'équilibre Δl_1 et Δl_2.
3. On considère z_1 et z_2 respectivement les écarts de la masse 1 et 2 à l'équilibre. Déterminer les équations différentielles vérifiées par z_1 et z_2.
4. À présent, on considère que les deux masses sont à leur position d'équilibre, sans vitesse. On déplace la masse 1 de δz et on la lache sans vitesse initiale. Déterminer $z_1(t)$.

Exercice 2 — Bouchon de champagne.
On s'interesse à la trajectoire du bouchon d'une bouteille de champagne, lorsque la bouteille est ouverte. Ci-dessous, on trouve un pointage de cette trajectoire, le bouchon de masse m étant éjecté à une vitesse initiale v_0. Tout du long, on assimile le bouchon à un point matériel.



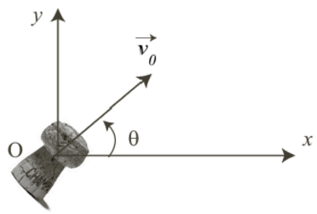


FIGURE 2

1. À partir du pointage, déterminer la vitesse initiale v_0.

2. Exprimer $\vec{v_0}$ dans la base (Oxy) en fonction de v_0 et θ.
3. Exprimer l'accélération du bouchon $\vec{a}$ dans la base (Oxy)
4. Déduire des deux questions précédentes le vecteur vitesse du bouchon, puis ses équations horaires.
5. Déterminer la trajectoire du bouchon.

Semaine 18

Mécanique.

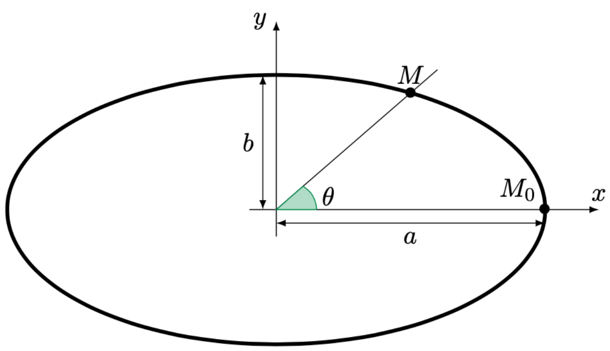
Question de cours.

Retrouver l'équation du mouvement du pendule simple.

Exercices.

Exercice 1 — Ellipse.
Un point matériel M se déplace sur une ellipse plane et on repère sa position dans une base cartésienne (O, x, y). Ces coordonnées s'expriment dans cette base selon
On considère un point matériel dont le mouvement est astreint sur une ellipse. Le mouvement est repéré dans la base cartésienne (Oxy) selon :

$$\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t) \\ y(t) = B\sin(\omega t + \phi) \end{cases}$$



1. À $t = 0$,le point matériel est en M_0. En déduire A et ϕ.
2. Déduire des autres données l'expression de B puis la trajectoire du point M.
3. Déterminer les composantes des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ du point M dans la base cartésienne.
4. Montrer alors que $\vec{a} = -k\vec{OM}$ en précisant l'expression de k.

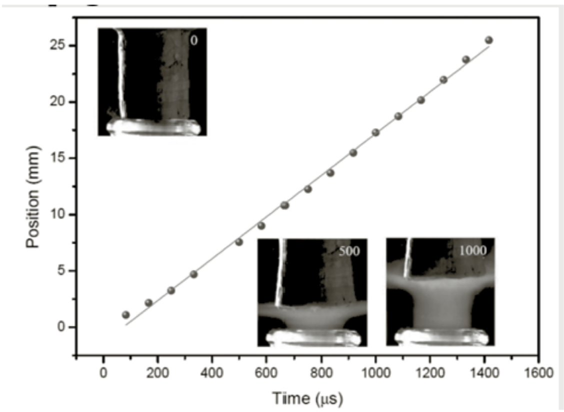
Le point matériel M décrit à présent une hélice circulaire d'axe (Oz), son mouvement étant défini en coordonnées cylindriques dans la base de projection (O, r, θ, z) par les équations :

$$\begin{cases} r = R \\ \theta = \omega t \\ z = H(1 - \frac{\theta}{2\pi}) \end{cases}$$

où R, ω et H sont des constantes positives.

5. Où se trouve le point M à l'instant $t = 0$?
6. Exprimer la vitesse $\vec{v}$ du mobile, dans la base associée aux coordonnées cylindriques. Préciser son module et son orientation.
7. Exprimer l'accélération $\vec{a}$ du mobile, dans la base associée aux coordonnées cylindriques. Que peut-on dire du produit scalaire $\vec{a}.\vec{v}$?

Exercice 2 — Bouchon de champagne.
On s'interesse à la trajectoire du bouchon d'une bouteille de champagne, lorsque la bouteille est ouverte. Ci-dessous, on trouve un pointage de cette trajectoire, le bouchon de masse m étant éjecté à une vitesse initiale v_0. Tout du long, on assimile le bouchon à un point matériel.



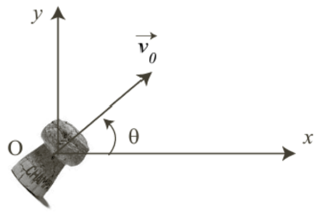


FIGURE 2

1. À partir du pointage, déterminer la vitesse initiale v_0.
2. Exprimer $\vec{v_0}$ dans la base (Oxy) en fonction de v_0 et θ.
3. Exprimer l'accélération du bouchon $\vec{a}$ dans la base (Oxy)
4. Déduire des deux questions précédentes le vecteur vitesse du bouchon, puis ses équations horaires.
5. Déterminer la trajectoire du bouchon.